En ocasión de su admisión a la Academia Nacional de Geografía como académico titular, en 2022, el profesor Pablo Jacovkis ofreció una disertación sobre la interrelación entre ambas disciplinas. CIENCIA HOY *decidió publicarlas en cuatro partes de lectura independiente.*

Pablo Miguel Jacovkis
UNTREF

Matemática y geografía: una historia compartida

Parte 3: la matemática aplicada a problemas de geografía

Un tipo de problema estadístico que se presenta muchas veces, en hidráulica fluvial, es el de tener estimación de la probabilidad de una crecida inusual (por ejemplo, una crecida centenaria, que en el lenguaje de los hidrólogos es una crecida con una probabilidad de uno en cien de producirse). De más está decir lo importante que es esa estimación, dado que puede permitir un cálculo de cuánto riesgo se está dispuesto a correr. Para obtener esa estimación se analiza con cuidado el régimen del río bajo estudio (teniendo en cuenta, si se quiere ser más perfeccionista, una tendencia posible a modificación de régimen del río debida por ejemplo al calentamiento global) y, a partir de los máximos anuales en los puntos de interés, se ajustan dichos datos a diversas distribuciones estadísticas; si todo va bien, se pueden simular crecidas de diferente probabilidad. En particular, este análisis es clave en un proceso de diseño de represas: una represa se diseña para que resista una crecida de determinada probabilidad. Algo en cierto sentido similar sucede durante la construcción de represas: el problema (típico en este tipo de obras) es qué hacer cuando viene una crecida importante: si la crecida es muy importante, hay que evacuar el obrador, y si no, no. Ahora bien, por supuesto la decisión hay que tomarla con cierta anticipación, cuando no está claro cuán importante será la crecida, y entonces se pueden cometer dos tipos de errores, que usando terminología de estadística llamaré errores de tipo I y errores de tipo II. Si la hipótesis 'nula' es que la crecida no será tan grave como para tener que ordenar la evacuación del obrador y el director de obra cree que sí habrá una inundación del obrador, por lo cual será necesario evacuarlo (también se podría decir

¿DE QUÉ SE TRATA?

La relación histórica y actual entre las matemáticas y la geografía.

un 'falso positivo'), habrá un costo económico importante por días de suspensión de obra, más el costo del traslado de los equipos sin ninguna necesidad. Y si, a la inversa, el director de obra considera que la crecida es 'normal', o sea no provocará inundación del obrador, y sí lo provoca ('falso negativo'), también el costo es alto (probablemente más alto) debido no solamente a los días sin trabajar, sino a que, eventualmente, varios equipos se pueden arruinar.

Hace muchos años trabajé en un modelo predictor de crecidas con este enfoque durante la construcción de la represa de Salto Grande, que tomaba en cuenta los pronósticos de lluvias en la alta cuenca, dividida en subcuencas. Cada día se tomaban las predicciones de lluvias en la alta cuenca, que se propagaban mediante un modelo de ecuaciones diferenciales por los ríos de la cuenca, y cada día era necesario actualizar algunos datos predichos, reemplazándolos por los conocidos en ese momento. Y esto nos lleva a otro problema, esta vez de *clustering*, o agrupamiento: los pluviómetros existentes no son necesariamente representativos de las subcuencas (definidas por razones geográficas) con las que se trabaja: los pluviómetros –sobre todo en un país no muy desarrollado– están en general en lugares poblados (estaciones de ferrocarril, por ejemplo). Acá vale la pena el siguiente comentario: por supuesto que usualmente se dispone de gran cantidad de datos, pero eso no quiere decir que existan grandes cantidades de datos para todas las variables que queremos utilizar: en los países subdesarrollados pueden faltar datos impensables en un país desarrollado, e incluso en los países desarrollados puede haber zonas donde no hay suficientes datos. Un lindo ejemplo de esto es Australia: basta mirar en internet un mapa de Australia que indique la densidad de pluviómetros para observar las enormes áreas casi sin cobertura, aunque eventualmente pudiera ser útil tener dicha cobertura. ¿Cómo asignar entonces pluviómetros a subcuencas? El problema matemático de *clustering*, o agrupamientos, es el siguiente: si se tiene una cantidad de conjuntos (en geografía es común que esos conjuntos representen regiones, en este caso subcuencas) y una cantidad de objetos 'individuales' (puntos, por ejemplo), a qué conjunto asignar cada punto, mediante una función matemática discriminatoria que represente el motivo por el cual queremos hacer tal asignación. Aclaro que más difícil es un problema previo, que a veces se presenta, de decidir cuántos y cuáles serán los conjuntos, y a partir de allí comenzar la asignación (por supuesto que el estudio, cualitativo o cuantitativo, de los puntos influye en la determinación de los conjuntos). Así se puede resolver, discretizando cada cuenca en áreas más pequeñas (o sea, los conjuntos a los cuales se asignan datos de pluviómetros no son las subcuencas sino esas áreas más pequeñas) que reciben la parte proporcional de lluvia del pluviómetro asignado, pero con un algoritmo que tenga en cuenta que, desgraciadamente, hay días en que un pluviómetro no funciona, porque no se midió (recuerden que no está todo automatizado, y mucho menos en esa época y en esos lugares), o porque no llegó la transmisión.

El cálculo de los caudales y de las alturas de los ríos en diversos puntos puede llegar a ser un problema importante si se quiere diseñar represas, prevenir inundaciones, construir puentes, o realizar otras actividades similares. Mediante el uso de grandes modelos matemáticos en una, dos o tres dimensiones (si se trata de una dimensión, es la del flujo longitudinal del caudal del río; si se trata de dos, puede ser, además del longitudinal, el transversal o el vertical), y conociendo la forma del correspondiente río a lo largo de su recorrido se puede, conociendo algunos datos hídricos en algunos puntos a lo largo del tiempo, reconstruir (si se quiere saber valores históricos), experimentar (es decir, calcular los valores que hay bajo diversas hipótesis de esos valores 'extremos' conocidos) o predecir (si se quiere saber valores futuros, para lo cual los datos hídricos a los cuales me referí antes no son conocidos sino predichos, por razones meteorológicas, por ejemplo, gracias a la previsión de lluvias). Esos grandes modelos matemáticos usan complicadas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, cuya teoría y solución (usualmente numérica, no suele haber, salvo casos muy simples, solución analítica) han constituido avances importantes en matemática pura y aplicada. Concretamente, el sistema de dos ecuaciones diferenciales hiperbólicas en derivadas parciales casi lineales que rigen el flujo unidimensional de un río (las ecuaciones de Saint-Venant de la hidráulica fluvial) puede ser resuelto numéricamente; además, se puede agregar una ecuación adicional para indicar el transporte de material de fondo, y una cuarta ecuación, esta última parabólica, si se quiere modelizar también las partículas en suspensión (por ejemplo, contaminantes) que eventualmente pueden decaer o resuspenderse, de acuerdo con la velocidad del agua.

De hecho, es muy interesante observar que en el informe sobre prolongación del ferrocarril central-norte Metán-Salta-Jujuy publicado en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina* en 1884 (informe de una precisión y meticulosidad notables, que muestra la visión de futuro del país de la generación de 1880, lo cual a veces da envidia por comparación) figura la siguiente frase (se está analizando la construcción de los puentes ferroviarios necesarios para dicha prolongación del ferrocarril):

> Río Chicoana: no ha sido posible formarse una idea exacta del volumen de agua que puede conducir este río en tiempos de creciente.

En esa época no se tenían los elementos matemáticos (métodos de solución numérica de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales) ni computacionales (computadoras sobre las cuales se pudieran hacer los cálculos) como para poder solucionar este problema. Ahora, por el contrario, uno se puede formar una idea razonablemente exacta.

En todo lo relacionado con el transporte la relación entre matemática y geografía es muy estrecha. Por un lado, la construcción de ferrocarriles y rutas siempre necesita un asesoramiento geográfico importante (la ruta más corta no es necesariamente la mejor, por supuesto, o el puerto o el aeropuerto deben ser construidos en un lugar óptimo en el cual los criterios geográficos son fundamentales) y las variables que intervienen (costo de construcción y mantenimiento, carga de mercadería –o de pasajeros– prevista a lo largo de un horizonte de varios años, y su correspondiente beneficio, costo de la energía necesaria para el transporte y otras variables de más difícil cuantificación pero cada vez más importantes, como reemplazo de energía contaminante por energía limpia, satisfacción del usuario, política de regionalización o de desconcentración humana, etcétera) están sujetas a restricciones físicas o legales que implican la necesidad de llevar a cabo modelos de optimización bajo restricciones (sean estas lineales, no lineales, discretas) o modelos de simulación donde se 'experimenta numéricamente' bajo distintas alternativas, que requieren la aplicación de métodos matemáticos desarrollados esencialmente a partir de la Segunda Guerra Mundial, incluyendo entre estos, si la simulación es estocástica (o sea, si se intenta obtener resultados que dependen también parcialmente del azar), el curioso fenómeno de 'representar' las probabilidades por medio de algoritmos computacionales, lo cual parecería un contrasentido (cómo se puede simular resultados probabilísticos en un aparato –la computadora– que produce resultados determinísticos), pero no lo es gracias a la invención de sucesiones seudoaleatorias de números, es decir, números que, aunque por supuesto fueron generados mediante procedimientos determinísticos, se comportan como si fueran aleatorios, en el sentido de que, si bien no son aleatorios, un estadístico profesional no puede detectar esa falta de aleatoriedad, incluso con las poderosas herramientas actualmente a su disposición.

Siguiendo con el transporte, en la construcción de ferrocarriles en la Argentina, en particular en los dos ferrocarriles transandinos que Argentina y Chile supieron llevar a cabo (el de Mendoza-los Andes y el de Salta-Antofagasta), las consideraciones geográficas fueron fundamentales y provocaron numerosas discusiones en que intervino la matemática, así sea para calcular (en muchos casos con bastante dificultad) posibles costos y beneficios. Valga comentar que en la accidentada historia de la construcción del ferrocarril de Mendoza a los Andes el primer proyecto, que no llegó a concretarse, tenía del lado argentino una participación fundamental del matemático e ingeniero Emilio Rosetti, uno de los profesores italianos incorporados al flamante Departamento de Ciencias Exactas de la Universidad de Buenos Aires en 1865, tras gestiones de las autoridades argentinas; cuando se ve que en ese momento, en un país pobre, casi ignorado, inmerso en una guerra horrible con Paraguay, guerra que se complicó con una casi guerra civil, hubo voluntad política –como la que hubo para atraer al científico Hermann Burmeister unos pocos años antes– de apostar por la ciencia, por la tecnología y por el desarrollo, uno se queda admirando a esa generación de estadistas, profesionales e intelectuales que llevaron a cabo la organización nacional. En ese sentido, es necesario, a mi juicio, una revalorización completa del ferrocarril como medio de transporte; para deprimirse basta observar la casi suicida actitud argentina respecto de los ferrocarriles con la de varios países (Canadá, Australia, Rusia, India, China, Sudáfrica) de inmensa geografía, algunos de ellos de desarrollo menor que el nuestro que, en lugar de abandonarlo como medio, lo han reforzado, como ejemplo de camino a seguir. Tuvimos una red de ferrocarriles que, a pesar de sus defectos (esencialmente, embudo hacia Buenos Aires y tres trochas diferentes), fue un orgullo para nuestro país y Latinoamérica. Debemos volver a tenerla.

Pero la relación entre geografía, matemáticas y transporte es más amplia: después de la Segunda Guerra Mundial se produjo en los países desarrollados un aumento del nivel de vida que permitió a gran cantidad de familias de clase media (y unas cuantas de clase obrera) poder adquirir automóviles para su uso particular (antes de la Segunda Guerra Mundial ese fenómeno se había producido solamente en los Estados Unidos). Aumentó la construcción de rutas, en muchos casos autopistas, y la cantidad de vehículos en circulación provocó que los atascamientos se produjeran con desagradable frecuencia. Y apareció la matemática, de nuevo, en forma muy original: la teoría de flujo de tránsito en rutas se pensó como una versión de dinámica de fluidos, bajo ciertas restricciones, y aparecieron las ecuaciones hiperbólicas correspondientes. El libro de Ashton de 1966 resume muy bien esa idea, que se les ocurrió a los brillantes matemáticos Michael Lighthill y Gerald Whitham, y que plasmaron en un artículo seminal en 1955 (e independientemente a Paul I Richards, cuyo artículo fue publicado en 1956). El análisis de flujo de tránsito puede llevar a construcciones de rutas adicionales, o de rutas con más carriles, tema en el cual obviamente interviene la geografía, y en el cual es mucho mejor, tanto por razones de diseño como por razones de costo, que los eventuales embotellamientos futuros puedan ser predichos y, por consiguiente, con modificación del diseño original, evitados. CH

Pablo Miguel Jacovkis

Doctor en matemáticas, UBA.
Profesor emérito, UBA.
Secretario de Investigación y Desarrollo de la Universidad Nacional de Tres de Febrero (UNTREF).
pablo.jacovkis@gmail.com